12. Delimitazione dell'area dei casi di comportamento perverso del capitale in un punto di mutamento della tecnica

di Gioacchino D'Ippolito

1. Introduzione

Prendo spunto da Ricossa [1989], le cui tesi condivido pressoché pienamente, per osservare che l'economista neoclassico è, in genere, indotto a sottovalutare la dirompente portata logica delle critiche neoricardiane alla teoria neoclassica del capitale.

A mio avviso, il fatto che gli economisti di ispirazione ricardiana e/o marxiana – e non solo gli economisti, ma anche i governi – abbiano finito per riconoscere il ruolo del «tempo» come componente di costo e/o di valore non basta a colmare interamente il vallo che separa, anche a prescindere da possibili residui ideologici, la concezione böhmbawerkiana del capitale da quella sraffiana: mi riferisco al diverso *modus operandi* del tempo che nella prima si esplica – per dirla con Garegnani – secondo un regime di capitalizzazione *semplice* del profitto, nell'altra secondo un regime di capitalizzazione *composta*, con tutti i problemi di circolarità che ne discendono a livello dell'intero sistema.

Come studioso di formazione neoclassica non ho potuto, all'apparire di «Produzione di merci» di Sraffa, che accusare il colpo. Dei tre siluri lanciati contro la teoria neoclassica del capitale, con la dimostrazione che ad un aumento del saggio dei profitti può fare riscontro:
— in costanza di tecnica, un aumento del capitale (in valore);
— nel passaggio da una tecnica ad altra contigua sulla frontiera ottimale, un aumento del capitale a prezzi costanti (mi sia consentito dire *in termini reali*!);
— il «ritorno» a tecniche precedentemente abbandonate;
il solo che mi abbia veramente preoccupato è stato il secondo. Rinuncio, per brevità, a spiegare perché gli altri due mi abbiamo lasciato più o meno indifferente [1].

[1] Mi limito a ricordare come, in un suo saggio, Pasinetti abbia fatto rilevare 1) che il ritorno da una tecnica ad altra precedentemente abbandonata può di fatto restare inoperante se al nuovo saggio dei profitti al quale dovrebbe verificarsi se ne è resa conveniente un'altra che le domini entrambe e 2) che casi di inversione della

Riconosciuta l'ineccepibilità, sul piano teorico, della ventilata possibilità di anomalo comportamento del capitale in un punto di mutamento della tecnica sulla frontiera ottimale, non mi restava che tentare di ridimensionarne la rilevanza pratica, di valutare cioè la probabilità del suo verificarsi che, intuivo, non poteva che essere modesta.

Ciò ho potuto fare in termini analitici per un modello embrionale a due settori (una nota al riguardo è stata pubblicata recentemente; si veda D'Ippolito [1987]); per un modello multisettoriale, non avendo potuto produrre analoga prova, ho ripiegato su un'indagine empirica con il metodo di Monte Carlo per appurare con che frequenza su un gran numero di prove, con matrici tecnologiche scelte a caso, si verificasse un «caso perverso».

Nei punti che seguono ho succintamente riassunto l'*iter* logico della ricerca e i risultati conseguiti che, come può rilevarsi dalla tabella riportata più avanti nello scritto, confermano ampiamente le mie aspettative[2].

2. Modello multisettoriale con industrie a prodotto singolo, e con capitale circolante, in condizioni stazionarie

Si proceda ad una presentazione schematica del modello:

	Sistema dei prezzi	$A \geqslant 0$	matrice tecnologica (data)
[1]	$[I - \varrho A]p = lw$	$l > 0$	vettore *colonna* dei coefficienti unitari di lavoro (dato)
	$cp = 1$	$c \geqslant 0$	vettore *riga*, paniere beni finali composto come il prodotto netto del sistema su scala ridotta (dato, indipendente dalla tecnica adottata)
		p	vettore *colonna* dei prezzi
	Sistema delle quantità		
[2]	$x[I - A] = \lambda c$	x	vettore *riga* dei livelli produttivi
	$xl = L$	w	salario unitario
		$\varrho = 1 + r$	con r saggio dei profitti
		λ	scala di produzione
		L	lavoro impiegato

quantità del capitale possono verificarsi in più punti di mutamento tecnico consecutivi sulla frontiera ottimale (ad eccezione della prima) – vedi L. Pasinetti, 1973.

[2] Al buon esito della ricerca ha contribuito in modo determinante l'apporto, nei termini più oltre precisati, dell'Ing. Mario Latorre. L'intero studio è stato raccolto in

Segue:

$$[3] \qquad Kr + L w = \lambda \qquad (K = x\,A\,p = \text{capitale})$$

Soluzioni:

a) salario unitario e vettore prezzi in funzione del saggio dei profitti assunto come variabile esogena

$$[4] \qquad w(r) = \frac{1}{c[I - \varrho A]^{-1}\,l} \quad p(r) = \frac{[I - \varrho A]^{-1}\,l}{c[I - \varrho A]^{-1}\,l}$$

b) vettore dei livelli produttivi in funzione della scala di produzione

$$[5] \qquad x(\lambda) = \lambda c[I - A]^{-1}\,x$$

Derivata logaritmica del salario unitario rispetto al saggio dei profitti: pendenza della $w(r)$ riferita alla sua entità assoluta.

$$[6] \qquad \frac{\dot{w}(r)}{w(r)} = -\,c[I - \varrho A]^{-1}\,A\,p = -\frac{1}{\varrho}\,c[I - \varrho A]^{-1}\,p + \frac{1}{\varrho}$$

Capitale per unità di prodotto:

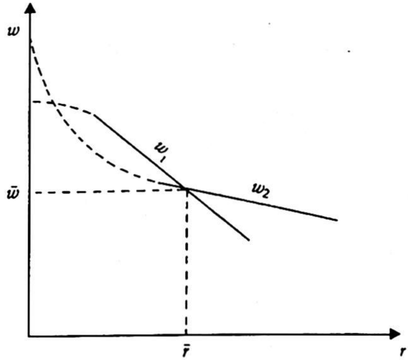
$$[7] \qquad \frac{K}{\lambda} = \frac{x\,A\,p}{\lambda} = c[I - A]^{-1}\,A\,p = c[I - A]^{-1}\,p - 1$$

3. Punto di mutamento fra due tecniche contigue e caratterizzazione del caso perverso

Siano $[A_1\ l_1]$ e $[A_2\ l_2]$ due tecniche che differiscono fra loro per il metodo di produzione di una sola industria, diciamo la prima, e sia $\bar{r}$ un punto di mutamento tale che in corrispondenza di esso $w_1 = w_2 = \bar{w}$ e $p_1 = p_2 = \bar{p}$. Se la tecnica 2 è più conveniente per $r > \bar{r}$ e la 1 per $\bar{r} < \bar{r}$, ciò significa (vedi fig. 1) che la pendenza della w_1 in $r = \bar{r}$ supera in valore assoluto (a meno di casi singolari) quella della w_2 e pertanto che (vedi la [6]):

$$[8] \qquad \left[\frac{\dot{w}_2}{w_2}\right]_{r=\bar{r}} - \left[\frac{\dot{w}_1}{w_1}\right]_{r=\bar{r}} = \frac{1}{\bar{\varrho}}\,c\{[I - \bar{\varrho}A_1]^{-1} - [I - \bar{\varrho}A_2]^{-1}\}\,p > 0$$

un fascicolo di circa 100 pagine, articolato in due capitoli di cui il primo, con annessa appendice matematica, da me stilato ed il secondo, con annessi risultati numerici e rappresentazioni grafiche, curato dall'Ing. Latorre: esso è già disponibile e verrà pubblicato quanto prima.



Si ha un caso perverso se nello stesso punto $r = \bar{r}$ il capitale per unità di prodotto, valutato al comune sistema dei prezzi $\bar{p}$ risulta inferiore con la prima tecnica invece che con la seconda, cioè se si ha contemporaneamente [3]:

$$[9] \qquad \left[\frac{K_1}{\lambda_1}\right]_{r=\bar{r}} - \left[\frac{K_2}{\lambda_2}\right]_{r=\bar{r}} = c\{[I - A_1]^{-1} - [I - A_2]^{-1}\}\bar{p} < 0$$

o, più in generale, essendo indifferente l'ordine in cui le due tecniche si considerano, se le due differenze anzidette sono fra loro discordi. Con opportuni passaggi esse possono scriversi rispettivamente:

$$[10] \qquad c[I - \bar{\varrho}\, A_1]^{-1}\, [A_1 - A_2]\, [I - \bar{\varrho} A_2]^{-1}\, \bar{p}$$

$$[11] \qquad c[I - A_1]^{-1}\, [A_1 - A_2]\, [I - A_2]^{-1}\, \bar{p}$$

Tenuto conto che $c[I - \bar{\varrho}\, A_1]^{-1}$ e $c[I - A_1]^{-1}$ sono vettori riga positivi, aventi quindi come prima componente due scalari positivi, rispettivamente θ e χ, e che A_1 ed A_2 differiscono solo per gli elementi della prima riga, le due espressioni si riducono più semplicemente a:

[3] Si noti che dovendo in ogni caso valere la [3] per entrambe le tecniche punto di mutamento si ha $(K_1/\lambda_1 - K_2/\lambda_2)\bar{r} = (L_2/\lambda_2 - L_1/\lambda_1)\bar{w}$, dove L/λ non è il reciproco del salario massimo, cioè dell'intercetta della w sull'asse delle ordinate: ha dunque un caso perverso se, nella situazione ad es. della figura, la w_2 incontra l'asse delle ordinate in un punto più alto della w_1, il che implica che essa incontri l'altra curva a sinistra di $\bar{r}$ ancora una volta o un numero dispari di volte, come mostrato dalle linee tratteggiate.

$$[12] \qquad \theta\, \Delta a_1\, [I - \bar{\varrho}\, A_2]^{-1}\, \bar{p}$$

$$[13] \qquad \chi\, \Delta a_1\, [I - A_2]^{-1}\, \bar{p}$$

dove Δa_1 è il vettore riga differenza fra la prima riga di A_1 e la prima riga di A_2.

Poiché θ e χ sono scalari positivi, ai fini di accertare la concordanza (caso normale) o la discordanza (caso perverso) dei segni delle due espressioni è sufficiente effettuare il prodotto del vettore riga Δa_1 una prima volta per il vettore colonna $[I - \bar{\varrho}\, A_2]^{-1}\, \bar{p}$ ed una seconda volta per il vettore colonna $[I - A_2]^{-1}\, \bar{p}$. Resta così implicitamente dimostrato che la presenza o meno di un caso perverso è indipendente dalla scelta del numerario.

In pratica, per semplificare il problema si potrà assumere, senza nulla togliere alla generalità, che le unità di misura da cui dipendono i coefficienti a_{ij} e l_i siano scelte in guisa che in corrispondenza di $r = \bar{r}$ risulti $\bar{w} = 1$ e che il vettore $p = \bar{p}$ si identifichi con il vettore colonna u di componenti tutte unitarie. Al fine di essere certi che i sistemi dei prezzi associati alle due matrici scelte diano la stessa soluzione $\bar{w} = 1$ per un prescelto valore $\bar{r}$ di r (fissato a priori, per es. $\bar{r} = 0{,}1$) e conseguentemente lo stesso vettore prezzi $\bar{p} = u$, basterà scegliere i coefficienti relativi ad una generica industria i^{ma}, in guisa tale che:

$$[14] \qquad (a_{i1} \cdot 1 + a_{i2} \cdot 1 + \ldots + a_{in} \cdot 1)\,(1 + \bar{r}) + l_i \cdot 1 = 1$$

e quindi comporre la matrice A con i vettori riga $a_{i1}, a_{i2}, \ldots, a_{in}$ così costruiti.

Una qualunque matrice A_1 di tipo $n \times n$ costruita con vettori così determinati darà luogo *per costruzione* ad una curva $w(r)$ assumente il valore 1 per $r = \bar{r}$ (nell'es. 0,1).

Se A_2 è un'altra matrice $n \times n$ ottenuta sostituendo la prima riga della A_1 con un'altra scelta fra quelle innanzi indicate – e dotata quindi anch'essa di una curva $w(r)$ assumente il valore 1 per $r = \bar{r}$ – basterà procedere al calcolo delle due matrici $[I - \bar{\varrho}\, A_2]^{-1}$ e $[I - A_2]^{-1}$, calcolare indi i due vettori colonna che rispettivamente si ottengono sommandone gli elementi di ciascuna riga e moltiplicarli (a sinistra) per il vettore riga risultante come differenza fra le due prime righe di A_1 e di A_2: se i prodotti scalari che se ne ottengono sono concordi ci si trova di fronte a un caso normale, se discordi di fronte a un caso perverso.

È quanto abbiamo fatto ricorrendo al metodo di Monte Carlo, cioè scegliendo casualmente, per un prefissato valore di r al punto di mutamento e un prefissato numero n di industrie, coefficienti tecnici

soddisfacenti alla [14] e contando in quante volte su un gran numero di prove si presentasse un caso perverso:
— i tassi contemplati sono stati in %: 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 100, 200;
— il numero di industrie 2, 3, . . ., 10, 15, 20, 29 [4];
— il numero di prove è stato di 1200 per ognuna delle coppie $\bar{r}$, n contemplate;
i risultati sono raccolti nella tabella che segue:

Numero di casi perversi riscontrati nei gruppi di prove indicati [a]

n	$\bar{r}$ 0,05	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	1,0	2,0
				1200 prove					
2	4	12	20	18	19	18	22	38	53
3	3	10	12	28	24	24	41	58	71
4	9	8	16	19	23	52	39	55	91
5	4	11	21	29	22	37	43	59	78
6	5	8	17	32	36	39	44	60	79
7	7	7	11	30	47	44	59	46	82
8	9	7	17	28	37	37	47	69	62
9	8	7	15	28	37	33	37	56	80
10	8	9	20	26	38	37	44	61	72
15	2	12	20	24	20	34	50	53	68
20	6	3	21	24	27	29	35	51	64
29	0	2	9	21	25	31	30	35	66

[a] $\bar{r}$ = saggio dei profitti al punto di svolta.
n = numero di industrie che compongono il sistema.

Si noti che, contrariamente a quanto potrebbe sembrare a prima vista, non è possibile ipotizzare per le quantità a_{ij} e l_i che devono soddisfare la condizione [14] una distribuzione di probabilità uniforme all'interno dell'intervallo 0,1 e ciò in quanto al crescere di n le rispettive probabilità tendono ad addensarsi sui valori più bassi (con densità, nel punto 0, direttamente proporzionali a n) [5].

[4] Massimo compatibile con la modesta capacità dell'elaboratore impiegato.

[5] Questi ed altri problemi tecnico-probabilistici sono stati affrontati e risolti dall'Ing. Latorre insieme a quelli più strettamente attinenti a programmi e procedure di calcolo con gli elaboratori.

All'Ing. Latorre sono anche debitore di un importante risultato analitico. Traendo spunto dall'accennata indipendenza della presenza o meno di caso perverso dalla scelta

4. Modello multisettoriale con solo capitale circolante in presenza di sviluppo a tasso costante g

In presenza di crescita a saggio di sviluppo costante $\bar{g}$ mentre il sistema [1] dei prezzi resta immutato e così pure la seconda equazione del sistema delle quantità, la prima di quest'ultimo si modifica in:

$$x\,[I - (1 + g)\,A] = \lambda c$$

Corrispondentemente, mentre la differenza [8] resta immutata, quella relativa al capitale per unità di prodotto finale diviene:

$$c\,\{[I - (1 + g)\,A_i]^{-1} - [I - (1 + g)A_2]^{-1}\}\,\bar{p}$$

Appare evidente il ruolo duale svolto dal saggio di sviluppo g rispetto al saggio dei profitti al punto di mutamento, e come la possibilità di caso perverso dipenda dal divario fra detti due saggi divenendo del tutto trascurabile se detto divario è, come di norma, assai modesto.

Riferimenti bibliografici

D'Ippolito G. (1987), *Probabilità di perverso comportamento del capitale al variare del saggio dei profitti. Il modello embrionale a due settori*, in «Note economiche», n. 2.

Pasinetti L. (1973), *Variazioni nel saggio del profitto e mutamenti di tecnica*, in *Prezzi relativi e distribuzione del reddito*, a cura di P. Sylos-Labini, Torino, Boringhieri.

Ricossa S. (1989), *Quante teorie del valore?*, in questo volume, pp. 49-57.

Sraffa P. (1960), *Produzione di merci a mezzo di merci*, Torino, Einaudi.

del numerario si è potuto dimostrare, partendo dalle [8] e [9] che se nello sviluppo in serie delle matrici inverse che vi figurano ci si arresta al termine quadratico, è sufficiente scegliere il paniere c con componente nulla in corrispondenza del bene il cui metodo di produzione si modifica da una tecnica all'altra per potere escludere senz'altro la presenza di casi perversi. In detta ipotesi infatti le due espressioni si riducono a:

$$c\,\{[A_1 - A_2] + \bar{\varrho}\,[A_1^2 - A_2^2]\}\,\bar{p} = \bar{\varrho}\,c\,[A_1^2 - A_2^2]\,\bar{p}$$
$$c\,\{[A_1 - A_2] + [A_1^2 - A_2^2]\}\,\bar{p} = c\,[A_1^2 - A_2^2]\,\bar{p}$$

e l'impossibilità di una loro discordanza di segno risulta del tutto ovvia comunque grande sia $\bar{\varrho}$ e quindi $\bar{r}$.

La dimostrazione cade in difetto solo se il bene il cui metodo cambia è un bene non base isolato figurante nel prodotto netto (e nel numerario).